



TITLE:

インフレーションと企業負債 (パート1) (不確実性と意思決定の数理)

AUTHOR(S):

宮崎, 浩一; 伊藤, 翔

CITATION:

宮崎, 浩一 ...[et al]. インフレーションと企業負債 (パート1) (不確実性と意思決定の数理). 数理解析研究所講究録 2009, 1636: 193-200

ISSUE DATE:

2009-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/140482>

RIGHT:

インフレーションと企業負債 (パート 1)

宮崎 浩一, 伊藤翔
電気通信大学 システム工学科

1. はじめに

社債評価モデルの源流は, マートンモデル (Merton(1974)) にまで遡る. マートンモデルは, バランスシートモデル, 構造モデルなどと呼ばれるように, 企業の財務構造, 資産, 社債, 株式を明示的に取り扱うモデルである. 株式価値は企業資産を原資産とし権利行使価格を社債の額面とするコール・オプションの価値として導かれ, 社債価値は企業資産から株式価値を差し引いたものとして与えられる.

マートンモデル以降これまでに, 実証分析結果に基づく様々な改良が積み重ねられてきた. これらの中には, Black and Cox (1976), Geske(1977), Shimuko, Tejima, and Deventer (1993), Zhou(1997)などがある. このように, 構造モデルに基づく社債の評価は, 様々な方向に発展してきているが, 著者の知る範囲では, インフレ率を明示的に構造モデルに組み込む形で社債評価を行った研究は見当たらない.

1990 年代半ばには米国においてインフレ連動国債 (TIPS) (詳しい説明は Roll (1996)を参照されたい) が導入された. また, 日本においても 2000 年入り後インフレ連動国債が発行されるようになった. 英国やカナダでは以前からインフレ連動国債は発行されている. フランスでは 90 年代後半から, ドイツやイタリアでは 2000 年入り後にインフレ連動国債が導入されている. このように国債に関しては, 多くの国々でインフレ連動債が発行されるようになった. 今後は, 社債に関してもインフレ連動債の発行も活発になることが想定され, インフレリスクを明示的に扱ったモデルによる社債の評価を検討しておくことは重要である.

そこで, (パート 1) においては, 本研究では, 社債評価モデルの枠組みとして, Brennan and Xia (2002)モデルの株価プロセス部分を企業価値プロセスに置き換えたものを提案し, 名目社債の評価とインフレ連動社債の評価法を与える. (パート 2) では, (パート 1) で導入した枠組みの下で, インフレデリバティブを評価するモデルを 2 通り提案する. 更に, これらのモデルに基づく感応度分析を行い, どの様な財務構造を持つ企業が採取的なインフレデリバティブの引き受けてとなるかについて議論する.

(パート 1) の構成は, 次の通り. 2 章では, 社債評価モデルの枠組みとして, Brennan and Xia (2002)モデルの株価プロセス部分を企業価値プロセスに置き換えたものを提案する. 3 章では, 名目社債とインフレ連動の評価式を与える. 最終章では, まとめと (パート

2) への接続を与える。

2. 評価モデルの設定

2.1 設定

評価モデルの設定は、概ね Brennan and Xia (2002) (以降, BX と呼ぶ) に従うが, BX と異なる点は, BX が投資対象原資産として 1 つの株式と複数の国債を想定していたのに対して, 本モデルでは構造モデルでの社債の評価を行うことが目的であるため, 1 つの企業資産と複数の国債を投資対象原資産とする。構造モデルでは, 株式や社債は投資対象原資産の派生証券として評価される。ここでの記法は, BX に従う。但し, BX において株式として定義される記法は, 全て企業資産として読み代えることになる。詳しくは, BX を参照されたい。

価格水準 Π の従う確率過程

$$\frac{d\Pi}{\Pi} = \pi dt + \sigma_{\Pi} dz_{\Pi} \quad (1)$$

瞬間的な期待インフレ率 π の従う確率過程

$$d\pi = \alpha(\bar{\pi} - \pi)dt + \sigma_{\pi} dz_{\pi} \quad (2)$$

実質プライシングカーネル M の従う確率過程

$$\begin{aligned} \frac{dM}{M} &= -rdt + \phi_S dz_S + \phi_r dz_r + \phi_{\pi} dz_{\pi} + \phi_u dz_u, \\ &= -rdt + \phi' dz + \phi_u dz_u \end{aligned} \quad (3)$$

ここで, $\phi = [\phi_S, \phi_r, \phi_{\pi}]$, $dz = [dz_S, dz_r, dz_{\pi}]$ である。 $\phi_i (i = S, r, \pi, u)$ は定数であり, 対応するリスクの市場価格 λ_S , λ_r , λ_{π} , λ_u を決定する。 dz_r は, 式(4)で与えられる瞬間的な実質無リスク金利 r の従う確率過程におけるブラウン運動の独立増分である。 dz_S は, 式(5)で与えられる企業資産 S の従う確率過程におけるブラウン運動の独立増分である。 dz_u は, 式(6)で与えられるインフレ率 $d\Pi/\Pi$ の成分で dz に直交するブラウン運動の独立増分である。

瞬間的な実質無リスク金利 r の従う確率過程

$$dr = \kappa(\bar{r} - r)dt + \sigma_r dz_r \quad (4)$$

名目企業資産 S の従う確率過程

$$\frac{dS}{S} = (R_f + \sigma_S \lambda_S)dt + \sigma_S dz_S \quad (5)$$

ここで, λ_S は dz_S に関するリスクプレミアムであり, R_f は名目無リスク金利である。

式(1)にあるインフレ率のイノベーションを $dz = [dz_S, dz_r, dz_{\pi}]$ の線形結合として表示して

その射影残差を $\xi_u dz_u$ とする.

$$\begin{aligned}\frac{d\Pi}{\Pi} &= \pi dt + \sigma_{\Pi} dz_{\Pi} = \pi dt + \xi_s dz_s + \xi_r dz_r + \xi_{\pi} dz_{\pi} + \xi_u dz_u \\ &\equiv \pi dt + \xi' dz + \xi_u dz_u\end{aligned}\quad (6)$$

ここで, $\xi = [\xi_s, \xi_r, \xi_{\pi}]$ である.

2.2 名目国債価格

名目プライシングカーネルは M/Π であるから, 満期 T において金額 1 が支払われる名目国債の時点 t における価格 $P(t, T)$ は, 次を計算することで求められる.

$$P(t, T) = E_t \left[\frac{M_T/M_t}{\Pi_T/\Pi_t} \cdot 1 \right] \quad (7)$$

ここで, 式(7)の計算手法を述べる. 式(7)を

$$P(t, T) = E_t \left[\frac{M_T/M_t}{\Pi_T/\Pi_t} \cdot 1 \right] = E_t \left[\exp \left\{ \ln \left(\frac{M_T}{M_t} \right) - \ln \left(\frac{\Pi_T}{\Pi_t} \right) \right\} \right] \quad (8)$$

と変形すると, 式(8)の右辺は確率変数 $\ln \left(\frac{M_T}{M_t} \right) - \ln \left(\frac{\Pi_T}{\Pi_t} \right)$ の積率母関数であり, この確率

変数の平均 $E_t \left[\ln \left(\frac{M_T}{M_t} \right) - \ln \left(\frac{\Pi_T}{\Pi_t} \right) \right]$ と分散 $Var_t \left[\ln \left(\frac{M_T}{M_t} \right) - \ln \left(\frac{\Pi_T}{\Pi_t} \right) \right]$ を用いて, 名目国債価

格は,

$$P(t, T) = \exp \left\{ E_t \left[\ln \left(\frac{M_T}{M_t} \right) - \ln \left(\frac{\Pi_T}{\Pi_t} \right) \right] + \frac{1}{2} Var_t \left[\ln \left(\frac{M_T}{M_t} \right) - \ln \left(\frac{\Pi_T}{\Pi_t} \right) \right] \right\} \quad (9)$$

を計算するればよいことがわかる. 式(9)の計算を具体的に進めるに際して, BX では, 次の記法を導入している. ρ は, $[dz_s, dz_r, dz_{\pi}]$ の相関行列で, その行は上から $[1, \rho_{sr}, \rho_{s\pi}]$,

$[\rho_{sr}, 1, \rho_{r\pi}]$, $[\rho_{s\pi}, \rho_{r\pi}, 1]$ である. また, $\phi_1^2 \equiv \phi' \rho \phi$, $\xi_1^2 \equiv \xi' \rho \xi$, $V_M = \phi_1^2 + \phi_u^2$, $V_{\Pi} = \xi_1^2 + \xi_u^2$,

$B(t, T) = \kappa^{-1} (1 - e^{\kappa(t-T)})$, $C(t, T) = \alpha^{-1} (1 - e^{\alpha(t-T)})$ などと定義する. 式(3), 式(6)を解くことによって, それぞれ, 式(10), 式(11)を得る.

$$\ln(M_T/M_t) = \int_t^T \left(-r(s) - \frac{1}{2} V_M \right) ds + \int_t^T \phi' dz + \int_t^T \phi_u dz_u \quad (10)$$

$$\ln(\Pi_T/\Pi_t) = \int_t^T \left(\pi(s) - \frac{1}{2} \sigma_{\Pi}^2 \right) ds + \int_t^T \xi' dz + \int_t^T \xi_u dz_u \quad (11)$$

また、式(10)と式(11)の平均、分散、共分散を式(12)から式(16)として掲載する。

$$E_t[\ln(M_T/M_t)] = -\bar{r}(T-t) + (\bar{r} - r_t)B(t, T) - \frac{1}{2}V_M(T-t), \quad (12)$$

$$\begin{aligned} Var_t[\ln(M_T/M_t)] = & -\frac{\sigma_r^2}{2\kappa^3} [2\kappa(B(t, T) - (T-t)) + \kappa^2 B^2(t, T)] + V_M(T-t) \\ & - \frac{2\sigma_r}{\kappa} (\phi_S \rho_{Sr} + \phi_r + \phi_\pi \rho_{r\pi}) [T-t-B(t, T)] \end{aligned} \quad (13)$$

$$E_t[\ln(\Pi_T/\Pi_t)] = \bar{\pi}(T-t) - (\bar{\pi} - \pi_t)C(t, T) - \frac{1}{2}V_\Pi(T-t), \quad (14)$$

$$\begin{aligned} Var_t[\ln(\Pi_T/\Pi_t)] = & -\frac{\sigma_\pi^2}{2\alpha^3} [2\alpha(C(t, T) - (T-t)) + \alpha^2 C^2(t, T)] + V_\Pi(T-t) \\ & + \frac{2\sigma_\pi}{\alpha} (\xi_S \rho_{S\pi} + \xi_r \rho_{r\pi} + \xi_\pi) [T-t-C(t, T)] \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} CV \equiv \text{cov} \left[\ln \left(\frac{M_T}{M_t} \right), \ln \left(\frac{\Pi_T}{\Pi_t} \right) \right] \\ = -\frac{\sigma_r \sigma_\pi \rho_{r\pi}}{\alpha \kappa} \left[(T-t) - B(t, T) - C(t, T) + \frac{1 - e^{(\alpha+\kappa)(t-T)}}{\alpha + \kappa} \right] \\ - \frac{\sigma_r}{\kappa} (\xi_S \rho_{Sr} + \xi_r + \xi_\pi \rho_{r\pi}) [(T-t) - B(t, T)] + \phi_u \xi_u (T-t) \\ + \frac{\sigma_\pi}{\alpha} (\phi_S \rho_{S\pi} + \phi_r \rho_{r\pi} + \phi_\pi) [(T-t) - C(t, T)] + \phi' \rho \xi (T-t) \end{aligned} \quad (16)$$

BX の名目国債価格を Lemma 1 として掲載する。

Lemma 1 名目国債価格

$$P(t, T) = \exp \{ A(t, T) - B(t, T)r_t - C(t, T)\pi_t \} \quad (17)$$

ここで、

$$\begin{aligned} A(t, T) = & [B(t, T) - (T-t)]\bar{r}^* + [C(t, T) - (T-t)]\bar{\pi}^* \\ & - \frac{\sigma_r^2}{4\kappa^3} [2\kappa(B(t, T) - (T-t)) + \kappa^2 B^2(t, T)] \\ & - \frac{\sigma_\pi^2}{4\alpha^3} [2\alpha(C(t, T) - (T-t)) + \alpha^2 C^2(t, T)] \\ & + \frac{\sigma_r \sigma_\pi \rho_{r\pi}}{\kappa \alpha} \left[(T-t) - C(t, T) - B(t, T) + \frac{1 - e^{(\alpha+\kappa)(t-T)}}{\alpha + \kappa} \right] \\ & + (\xi_S \lambda_S + \xi_r \lambda_r + \xi_\pi \lambda_\pi + \xi_u \lambda_u) (T-t) \end{aligned} \quad (18)$$

であり、式(18)において、 $\bar{r}^* = \bar{r} - \lambda_r(\sigma_r/\kappa)$ 、 $\bar{\pi}^* = \bar{\pi} - \lambda_\pi(\sigma_\pi/\alpha)$ であり、更に、

$$\lambda_S \equiv (\xi_S + \xi_r \rho_{Sr} + \xi_\pi \rho_{S\pi}) - (\phi_S + \phi_r \rho_{Sr} + \phi_\pi \rho_{S\pi}), \quad (19)$$

$$\lambda_r \equiv (\xi_s \rho_{sr} + \xi_r + \xi_\pi \rho_{r\pi}) - (\phi_s \rho_{sr} + \phi_r + \phi_\pi \rho_{r\pi}), \quad (20)$$

$$\lambda_\pi \equiv (\xi_s \rho_{s\pi} + \xi_r \rho_{r\pi} + \xi_\pi) - (\phi_s \rho_{s\pi} + \phi_r \rho_{r\pi} + \phi_\pi), \quad (21)$$

$$\lambda_u \equiv \xi_u - \phi_u \quad (22)$$

\bar{r}^* は、リスク中立測度の下での実質金利の長期的な平均値、 $\bar{\pi}^*$ は、期待インフレ率の長期的な平均値として解釈できる。

3. 名目社債とインフレ連動社債の評価及びクレジット・スプレッド

3.1 名目社債の評価

構造モデルに基づく社債の評価を行う。まず、株式価値 $W(t, T)$ を求め、企業資産から株式価値を差し引くことで社債価値 $F(t, T)$ を導出する。本節で評価対象となる社債は、満期 T 、額面 K の割引社債とする。また、時点 t における企業価値は S_t である。構造モデルでは、株式価値は、企業資産を原資産とし社債の額面を権利行使価格とするコール・オプションの価値として捉えることができるから、

$$W(t, T) = E_t \left[\frac{M_T / M_t}{\Pi_T / \Pi_t} (S_T - K)^+ \right] \quad (23)$$

を評価することで求められる。株式価値と社債価値を Proposition1 として与える。

Proposition1

時点 t における企業資産が S_t 、負債が満期 T 、額面 K の割引社債のみとするとき、株式価値 $W(t, T)$ 、社債価値 $F(t, T)$ は、それぞれ式(24)、式(25)で与えられる。

$$W(t, T) = P(t, T) \left[S_t e^{\left(\mu_{R_S}(t, T) - \frac{\sigma_{I_S}^2(t, T)}{2} \right)} \Phi \left(\frac{\ln(S_t / K) + (\mu_{R_S}(t, T) + \sigma_{I_S}^2(t, T))}{\sigma_{I_S}(t, T)} \right) - K \Phi \left(\frac{\ln(S_t / K) + \mu_{R_S}(t, T)}{\sigma_{I_S}(t, T)} \right) \right], \quad (24)$$

$$F(t, T) = S_t - W(t, T) \quad (25)$$

ここで、 Φ は標準正規分布の分布関数、

$$\mu_{R_S}(t, T) = \mu_{I_S}(t, T) + \rho_{I_S I_{PK}}(t, T) \sigma_{I_S}(t, T) \sigma_{I_{PK}}(t, T)$$

$$\mu_{I_S}(t, T) = (-D_S + \bar{r} + \bar{\pi})(T - t) + (r_t - \bar{r})B(t, T) + (\pi_t - \bar{\pi})C(t, T)$$

$$D_S = -\lambda_S \sigma_S + \frac{1}{2} \sigma_S^2 + \xi_S \lambda_S + \xi_r \lambda_r + \xi_\pi \lambda_\pi + \xi_u \lambda_u$$

$$\begin{aligned}
& \rho_{I_s, I_{PK}}(t, T) \sigma_{I_s}(t, T) \sigma_{I_{PK}}(t, T) \\
&= \text{Cov} \left(\ln \left(\frac{S_T}{S_t} \right), \ln \left(\frac{M_T/M_t}{\Pi_T/\Pi_t} \right) \right) \\
&= -\frac{\sigma_r}{\kappa} (\sigma_s \rho_{rs} + \lambda_r) [(T-t) - B(t, T)] - \frac{\sigma_\pi}{\alpha} (\sigma_s \rho_{s\pi} + \lambda_\pi) [(T-t) - C(t, T)] - \sigma_s \lambda_s (T-t) \\
&\quad - \frac{\sigma_r^2}{2\kappa^3} [2\kappa \{(T-t) - B(t, T)\} - \kappa^2 B^2(t, T)] - \frac{\sigma_\pi^2}{2\alpha^3} [2\alpha \{(T-t) - C(t, T)\} - \alpha^2 C^2(t, T)] \\
&\quad - \frac{2\sigma_r \sigma_\pi \rho_{r\pi}}{\alpha \kappa} \left[(T-t) - B(t, T) - C(t, T) + \frac{1 - e^{(\alpha + \kappa)(t-T)}}{\alpha + \kappa} \right] \\
\\
& \sigma_{I_s}^2(t, T) = \text{Var}_t \left[\ln \left(\frac{S_T}{S_t} \right) \right] \\
&= \frac{\sigma_r^2}{2\kappa^3} [2\kappa \{(T-t) - B(t, T)\} - \kappa^2 B^2(t, T)] + \frac{\sigma_\pi^2}{2\alpha^3} [2\alpha \{(T-t) - C(t, T)\} - \alpha^2 C^2(t, T)] \\
&\quad + \sigma_s^2 (T-t) + \frac{2\sigma_r \sigma_\pi \rho_{r\pi}}{\alpha \kappa} \left[(T-t) - B(t, T) - C(t, T) + \frac{1 - e^{(\alpha + \kappa)(t-T)}}{\alpha + \kappa} \right] \\
&\quad + \frac{2\sigma_r \sigma_s \rho_{rs}}{\kappa} [(T-t) - B(t, T)] + \frac{2\sigma_\pi \sigma_s \rho_{s\pi}}{\alpha} [(T-t) - C(t, T)]
\end{aligned}$$

(証明) Miyazaki(2008)を参照されたい。 ■

ここで、 $B_s(t, T) \equiv \exp \left(\mu_{R_{I_s}}(t, T) + \frac{\sigma_{I_s}^2(t, T)}{2} \right)$ と定義すると $B_s(t, T)P(t, T) = 1$ であるから、

Proposition1 は、定理 1 のように Black-Scholes 公式のスタイルで記述することができる。

定理 1

時点 t における企業資産が S_t 、負債が満期 T 、額面 K の割引社債のみとするととき、株式価値 $W(t, T)$ は、式(26)で与えられる。

$$W(t, T) = S_t \Phi \left(\frac{\ln(S_t / KP(t, T)) + \sigma_{I_s}^2(t, T)/2}{\sigma_{I_s}(t, T)} \right) - KP(t, T) \Phi \left(\frac{\ln(S_t / KP(t, T)) - \sigma_{I_s}^2(t, T)/2}{\sigma_{I_s}(t, T)} \right) \quad (26)$$

Remark1

定理 1 から社債価格 $F(t, T)$ は、

$$F(t, T) = S_t - S_t \Phi \left(\frac{\ln(S_t / KP(t, T)) + \sigma_{I_s}^2(t, T)/2}{\sigma_{I_s}(t, T)} \right) + KP(t, T) \Phi \left(\frac{\ln(S_t / KP(t, T)) - \sigma_{I_s}^2(t, T)/2}{\sigma_{I_s}(t, T)} \right) \quad (27)$$

となるが、これは、Shimuko, Tejima, and Deventer (1993)をインフレ率に関するプロセスを含む形で拡張したものとなっている。

3.2 インフレ連動社債の評価

ここで取り上げるインフレ連動社債とは、満期 T 、時点 t における想定額面が K の割引社

債であり、満期 T において実際に支払われる額面は時点 t から時点 T までの物価の粗上昇率 Π_T/Π_t を想定額面 K に乗じたものである。まず、株式価値 $\bar{W}(t, T)$ を求め、企業資産から株式価値を差し引くことでインフレ連動社債価値 $\bar{F}(t, T)$ を導出する。節 3.1 と同様に、構造モデルでは、株式価値は、企業資産を原資産とし社債の額面を権利行使価格とするコール・オプションの価値として捉えることができるから、

$$W(t, T) = E_t \left[\frac{M_T/M_t}{\Pi_T/\Pi_t} \left(S_T - K \frac{\Pi_T}{\Pi_t} \right)^+ \right] \quad (27)$$

を評価することで求められる。株式価値とインフレ連動社債価値を定理 2 として与える。
定理 2

時点 t における企業資産が S_t 、負債が満期 T 、想定額面 K 、インフレ調整率 Π_T/Π_t のインフレ社債のみとすると、株式価値 $\bar{W}(t, T)$ 、インフレ連動社債価値 $\bar{F}(t, T)$ は、それぞれ、式(28)、式 (30) で与えられる。

$$\begin{aligned} \bar{W}(t, T) &= P(t, T) B_{\bar{W}}(t, T) = \bar{P}(t, T) \left[S_t B_{\bar{W}}(t, T) \Phi \left(\frac{\ln \left(\frac{S_t B_{\bar{W}}(t, T)}{K} \right) + \frac{\sigma_{\bar{W}}^2(t, T)}{2}}{\sigma_{\bar{W}}(t, T)} \right) \right. \\ &\quad \left. - K \Phi \left(\frac{\ln \left(\frac{S_t B_{\bar{W}}(t, T)}{K} \right) - \frac{\sigma_{\bar{W}}^2(t, T)}{2}}{\sigma_{\bar{W}}(t, T)} \right) \right] \\ &= S_t \Phi \left(\frac{\ln \left(\frac{S_t}{K \bar{P}(t, T)} \right) + \frac{\sigma_{\bar{W}}^2(t, T)}{2}}{\sigma_{\bar{W}}(t, T)} \right) - K \bar{P}(t, T) \Phi \left(\frac{\ln \left(\frac{S_t}{K \bar{P}(t, T)} \right) - \frac{\sigma_{\bar{W}}^2(t, T)}{2}}{\sigma_{\bar{W}}(t, T)} \right) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\bar{F}(t, T) = S_t - \bar{W}(t, T)$$

ここで、 Φ は標準正規分布の分布関数、

$$\mu_{\bar{W}}(t, T) = \mu_{R_{\bar{W}}}(t, T) - \mu_{R_{\Pi}}(t, T), \quad \sigma_{\bar{W}}^2(t, T) = \sigma_{I_s}^2(t, T) - 2\rho_{I_s, I_{\Pi}}(t, T)\sigma_{I_s}(t, T)\sigma_{I_{\Pi}}(t, T) + \sigma_{I_{\Pi}}^2(t, T)$$

$$\mu_{\bar{Z}}(t, T) = \mu_{R_{\bar{Z}}}(t, T) = \mu_{I_{\Pi}}(t, T) + \rho_{I_{\Pi}, I_{PK}}(t, T)\sigma_{I_{\Pi}}(t, T)\sigma_{I_{PK}}(t, T), \quad \sigma_{\bar{Z}}^2(t, T) = \sigma_{I_{\Pi}}^2(t, T)$$

$$\rho_{\bar{W}\bar{Z}}(t, T) = \frac{\rho_{I_s, I_{\Pi}}(t, T)\sigma_{I_s}(t, T)\sigma_{I_{\Pi}}(t, T) - \sigma_{I_{\Pi}}^2(t, T)}{\sigma_{I_{\Pi}} \sqrt{\sigma_{I_s}^2(t, T) - 2\rho_{I_s, I_{\Pi}}(t, T)\sigma_{I_s}(t, T)\sigma_{I_{\Pi}}(t, T) + \sigma_{I_{\Pi}}^2(t, T)}}$$

$$\mu_{I_{\Pi}}(t, T) = eq.(14), \quad \sigma_{I_{\Pi}}^2(t, T) = eq.(15)$$

$$B_{\bar{Z}}(t, T) \equiv \exp \left(\mu_{\bar{Z}}(t, T) + \frac{\sigma_{\bar{Z}}^2(t, T)}{2} \right), \quad \bar{P}(t, T) \equiv P(t, T) B_{\bar{Z}}(t, T), \quad B_S(t, T) = B_{\bar{X}}(t, T) B_{\bar{Z}}(t, T)$$

$$B_{\bar{X}}(t, T) \equiv \exp \left(\mu_{R_{\bar{X}}}(t, T) + \frac{\sigma_{\bar{X}}^2(t, T)}{2} \right) \quad (\mu_{R_{\bar{X}}}(t, T) = \mu_{\bar{X}}(t, T) + \rho_{\bar{W}\bar{Z}}(t, T)\sigma_{\bar{X}}(t, T)\sigma_{\bar{Z}}(t, T))$$

である。

(証明) Miyazaki(2008)を参照されたい。 ■

Remark2

定理 2 における $B_{\bar{z}}(t, T)$ は, この評価体系における期待粗インフレ率ファクターと意味付けることができる. $B_{\bar{z}}(t, T)$ と名目国債価格 $P(t, T)$ から, 満期 T に額面 1 にインフレ率 Π_T/Π_t を乗じた額が支払われるインフレ連動国債の価格 $\bar{P}(t, T)$ は,

$\bar{P}(t, T) \equiv P(t, T)B_{\bar{z}}(t, T)$ で与えられる. $B_{\bar{x}}(t, T)$ はこの評価体系における企業価値の実質期待粗収益率ファクターを意味し, 名目期待粗収益率ファクター $B_s(t, T)$ とは $B_s(t, T) = B_{\bar{x}}(t, T)B_{\bar{z}}(t, T)$ で関係付けられる. 企業資産の実質期待粗収益率ファクター $B_{\bar{x}}(t, T)$ は, 時点 t から満期 T までのインフレ連動国債による運用収益に一致し, $B_{\bar{x}}(t, T)\bar{P}(t, T) = 1$ である.

4. まとめと (パート 2) への接続

本研究では, BX のモデルの枠組みにおいて, 名目社債, インフレ連動社債の解析的評価式を導出した. また, その過程で, インフレ連動国債の解析的評価式も合わせて導出した. ここでの結果は, 金利の確率的な振る舞いが名目社債に与える影響を考察した Shimuko, Tejima, and Deventer (1993)を含む形で, インフレ率に関する影響も考察可能となるように拡張したものである. また, これらの導出法は, Shimuko, Tejima, and Deventer (1993)とは異なり, プライシング・カーネルに基づく厳密なものである.

(パート 2)では, 主に, 3 つのテーマを取り扱う, 第一に (パート 1) で求めた, 名目国債価格, 名目社債価格, インフレ連動国債価格, インフレ連動社債価格に基づいて, 名目クレジット・スプレッド, 実質クレジット・スプレッド, 名目クレジット・スプレッドに内在するインフレ率の影響 (内在インフレ率) を導出し, これらの相関構造 (企業価値, インフレ, 実質金利) に対する感応度分析を与える. 第二に, 発行企業の財務構造は考慮せずにプライシングカーネルを用いたインフレデリバティブの評価式を導き, この価格の相関構造に対する感応度分析を試みる. 第三に, 企業の財務構造を明示的に採り上げ, インフレデリバティブの発行により既存の株式価値や社債価値が毀損されないという前提を置く発行可能性も考慮したデフォルトリスクを前提としたインフレデリバティブの評価法を導出し, 相関構造に関する感応度分析も与える. 最後に, 全体を通しての参考文献を付す.

謝辞: 本研究を行うに際して, 著者の宮崎浩一は (財) 全国銀行学術研究振興財団からの研究助成を受けている.